Überblick Konfidenzintervalle (KI)

- KI für Erwartungswert μ einer normalverteilten Grundgesamtheit (GS), wenn Varianz σ^2 der GS bekannt ist:

$$\left[\bar{X} \mp \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\, u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] \text{ mit } u_{1-\frac{\alpha}{2}} \text{ als } \left(1-\tfrac{\alpha}{2}\right)\text{-Quantil}$$

der Standardnormalverteilung

(Folie 32,34)

- KI für Erwartungswert μ einer normalverteilten GS, wenn Varianz σ^2 der GS unbekannt ist:

$$\left[\bar{X} \mp \frac{S^*(X)}{\sqrt{n}}\, t(n-1)_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] = \left[\bar{X} \mp \frac{S(X)}{\sqrt{n-1}}\, t(n-1)_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$$

mit $t(n-1)_{1-\frac{\alpha}{2}}$ als $\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)$-Quantil der t-Verteilung mit $n-1$ Freiheitsgraden

(Folie 38)

- KI für Varianz σ^2 einer normalverteilten GS, wenn Erwartungswert μ der GS bekannt ist:

$$\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2(n)_{1-\frac{\alpha}{2}}},\ \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2}{\chi^2(n)_{\frac{\alpha}{2}}}\right] \text{ mit } \chi^2(n)_\beta \text{ als}$$

β-Quantil einer Chi-Quadratverteilung mit n Freiheitsgraden

(Folie 55, 56)

- KI für Varianz σ^2 einer normalverteilten GS, wenn Erwartungswert μ der GS unbekannt ist:

$$\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{\chi^2(n-1)_{1-\frac{\alpha}{2}}}, \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{\chi^2(n-1)_{\frac{\alpha}{2}}}\right]$$ mit $\chi^2(n-1)_\beta$

als β-Quantil einer Chi-Quadratverteilung mit $n-1$ Freiheitsgraden

(Folie 58)

- approximatives KI für Wahrscheinlichkeit p einer Bernoulli-verteilten GS ist:

$$\left[\bar{X} \mp \sqrt{\frac{\bar{X}(1-\bar{X})}{n}}\, u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$$ mit $u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ als

$(1-\frac{\alpha}{2})$-Quantil der Standardnormalverteilung

(Folie 46 in Verbindung mit 47)

Faustregel: $n\bar{x}(1-\bar{x}) \geq 9$

Alternatives KI dazu auf Folie 49

- approximatives KI für Erwartungswert einer beliebig verteilten ZG mit unbekannter Varianz ist:

$$\left[\bar{X} \mp \frac{\hat{\sigma}(X)}{\sqrt{n}} u_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$$ mit $u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ als $\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)$-Quantil der Standardnormalverteilung

(Folie 47)

Faustregel: n groß, z.B. $n \geq 30$

- exaktes KI für Wahrscheinlichkeit p einer Bernoulli-verteilten ZG:

Vgl. Folien 50-52.
Nicht prüfungsrelevant